INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA
“AMBIENTAL COMBEIMA”

Resolución de Reconocimiento No 00002530 del 26 de Octubre de 2016 de la Secretaria de Educación Municipal

NIT. No. 809011406 – 9 DANE 273001004073

GUÍA GENERAL DE TRABAJO GRADO __9°__

DOCENTE: __SANDRA PATRICIA GARAY RESTREPO__ **Asignatura:** __MATEMÁTICAS__

EL ÉXITO OCURRE CUANDO TUS SUEÑOS SON MÁS GRANDES QUE TUS EXCUSAS

Estándares :

M9.1.4. Identifico y utilizo la potenciación y la radicación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas y para resolver problemas.

M9.1.2. Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos

M9.2.4. Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.

M9.5.3. Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

Derecho Básico de Aprendizaje (o aprendizaje a desarrollar):

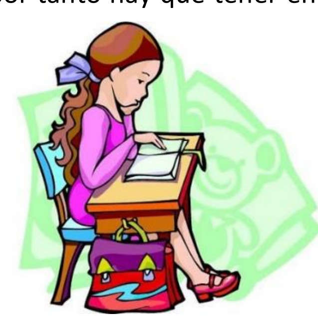
DBA 1 (9° V2): Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas**.**

DBA 2 (9° V2): Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones**.**

Tiempo estimado de trabajo para el estudiante (Horas):__20H__

Trabajo correspondiente a las fechas: Desde: 20 de Abril de 2020 Hasta 15 de Mayo de 2020

1. **METODOLOGÍA:** En esta guía subiremos de nivel al aplicar los conceptos y propiedades de la potenciación y la radicación en los números Reales, además trabajaremos situaciones problemas relacionados con estas operaciones; lo proyectado son 20 horas, por tanto hay que tener en cuenta lo siguiente: Se esperan directrices para trabajar de acuerdo a un horario diario, por tanto se les sugiere trabajar teniendo en cuenta éste. La guía debe ser desarrollada en el cuaderno, hacer una lectura detallada de ella, leer los conceptos que aparecen en la estructuración, si pueden tener los textos guías, apoyarse en ellos para realizar las actividades; si tienen acceso a internet apóyense en tutoriales, todos los ejercicios deben tener el procedimiento completo, realizar las operaciones necesarias en el cuaderno, el uso de la calculadora se limita a probar la operaciones.



Recordar el orden y la presentación en matemáticas son muy importantes para el desarrollo de las actividades.

2. EXPLORACIÓN:

2.1. Utilizando un ejemplo con números enteros, explique el concepto de potenciación.

2.2. Complete el esquema de la figura 1 con las partes de la potenciación y defina con sus propias palabras cada uno.

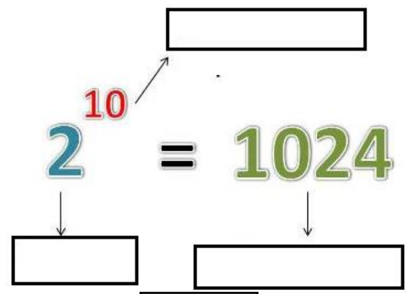


Fig. 1

2.3. Escriba en la figura 2, las partes de la radicación y defina cada una:

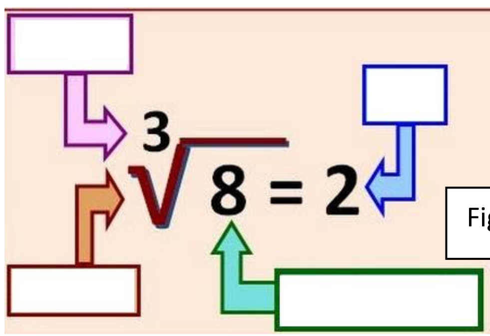


Fig. 2

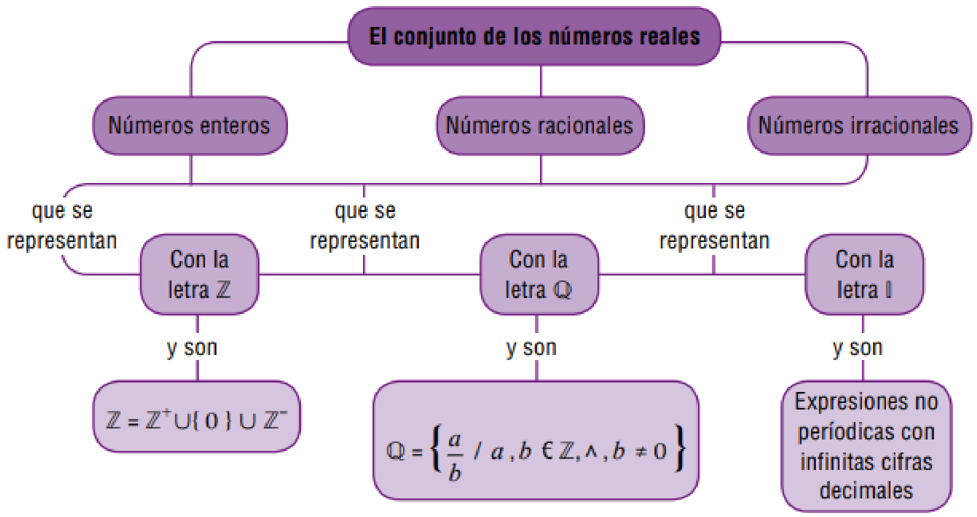
2.4. Teniendo en cuenta que la Potenciación y la radicación son operaciones inversas, completar la siguiente tabla y colorear de un mismo color las columnas que representan el mismo número (por ejemplo: la base en la potenciación, corresponde a la raíz en la radicación, entonces, esas columnas las pintas del mismo color)

BASE	EXPONENTE	POTENCIA INDICADA	POTENCIA	COMO RAÍZ	ÍNDICE	SUBRADICAL	RAÍZ
2	3	2^3	8	$\sqrt[3]{8} = 2$	3	8	2
10			10.000				
	4		14.641				
		$(-5)^4$	625				
-2				$\sqrt[3]{-8} = -2$			
		1^{10}					
27	2						

2.5. Piedad comparte en Facebook la imagen del tesoro con 4 de sus amigos. Luego, cada amigo comparte con 4 amigos diferentes, la misma imagen. Nuevamente, cada uno de los amigos anteriores, comparte con 4 amigos diferentes, la misma imagen. ¿A cuántos amigos le han compartido los últimos el anuncio? ¿Cuál es la mejor operación para resolver la situación, ilústrala? ¿En total cuántas personas han visto la foto?

3. ESTRUCTURACIÓN: Lea detenidamente cada uno de los temas que se van a trabajar en la guía. Luego desarrolle las actividades propuestas al finalizar cada tema.

3.1. NÚMEROS REALES: Recuerde que estamos trabajando en el conjunto de los números reales, y que este está formado por varios conjuntos de números como se observa en el siguiente mapa conceptual:



ACTIVIDAD 1: Escribe los números que cumplen la condición dada:

a) Un número real, que sea entero positivo.
b) Un número real y racional, mayor que -4 y menor que -1, que sea decimal periódico puro.
c) Un número irracional negativo que sea mayor que 0 y menor que 2
d) 3 números enteros negativos comprendidos entre -25 y 0
e) Dos números irracionales "famosos"

3.2. LA POTENCIACIÓN EN LOS NÚMEROS REALES: Conoce, por años anteriores, que la Potenciación es una operación que se puede desarrollar en los números Naturales, Enteros y/o Racionales, ahora vamos a extender las propiedades para los números Reales, observa, analiza y comprende cada una de ellas y desarrolla las actividades propuestas.

Para determinar el signo de una potencia con exponente positivo se tiene en cuenta:

1. Las potencias con exponente par, son siempre positivas. Esto quiere decir que, si tenemos una potencia a^b, entonces :

- **Si a es positivo y b es par, entonces a^b** es positivo
- **Si a es negativo y b es par, entonces a^b** es positivo

Ejemplo: $2^2 = 2 * 2 = 4$ y $(-2)^2 = (-2) * (-2) = 4$

2. Las potencias con exponente impar, siempre tienen el mismo signo que su base. Esto quiere decir que si, tenemos una potencia a^b, entonces:
   - **Si a es positivo y b es impar, entonces a^b** es positivo
   - **Si a es negativo y b es impar, entonces a^b** es negativo

Ejemplo: $2^3 = 2 * 2 * 2 = 8$; $(-2)^3 = (-2) * (-2) * (-2) = -8$; $(-5)^5 = (-5)*(-5)*(-5)*(-5)*(-5) = -3125$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS:

1. **EXPONENTE CERO:** Cualquier número elevado a la cero es igual a 1.

$$a^0 = 1; a \neq 0$$

Ejemplo: $4^0 = 1$ y $2598^0 = 1$ $(-5)^0 = 1$

2. **EXPONENTE 1:** Todo número elevado a la 1, da el mismo número, es decir que si una expresión no tiene exponente, ese es el 1.

$$a^1 = a;$$

Ejemplos $23^1 = 23$ $(-5)^1 = -5^1 = -5$

3. **POTENCIAS DE 1: El** 1 elevado a cualquier exponente da 1

$1^1 = 1$ $1^{34} = 1$

4. **EXPONENTE NEGATIVO:** Un exponente negativo indica "invertir el número que hace de base y cambiar el signo del exponente".

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ o también } \frac{1}{a^{-n}} = a^n; a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Una base con exponente negativo se convierte en una fracción con el 1 como numerador, ... y el denominador?

$(a/b)^{-n} = (b/a)^n$

Observamos que en una fracción con exponente negativo, se invierten los elementos de la fracción y el exponente es positivo.

Ejemplo:

1. $2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; **2.** $(-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$;

3. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3} = \frac{125}{8}$; **4.** $X^{-5} = \frac{1}{X^5}$

5. **PRODUCTO O MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE:** Para multiplicar potencias con la misma base, se deja la base y se SUMAN LOS EXPONENTE. Recuerde que en álgebra el término SUMAR, significa que se respetan los signos de los sumandos, no cambian, quedan iguales.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; a \neq 0$$ Ejemplo: $2^3 \cdot 2^{-2} = 2^1 = 2$

$3xy.\ 2x^3y^2 = 6x^{1+3}y^{1+2} = 6x^4y^3$ $\quad (-2)^6 \cdot (-2)^5 = (-2)^{6+5} = (-2)^{11}$

6. **COCIENTE O DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE:** Para dividir potencias con la misma base, se deja la base y se RESTAN LOS EXPONENTES. Recuerde que en álgebra el término RESTAR, significa que se cambia el signo al SUSTRAENDO y se procede a realizar la SUMA ALGEBRAICA.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; a \neq 0$$ $\frac{x}{0}$ Ejemplo: $\frac{3^5}{3^{-2}} = 3^{5-(-2)} = 3^7$

$$\frac{5^2x^8y^3}{5^4x^5y^2} = 5^{-2}x^3y = \frac{x^3y}{5^2} = \frac{x^3y}{25}$$

7. **POTENCIA DE UNA POTENCIA:** Para elevar una potencia a otra, se deja la base y se MULTIPLICAN LOS EXPONENTES.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$ Ejemplo: $(2^3)^{-4} = 2^{-12}$

$$[(-2)^2]^4 = (-2)^{2*4} = (-2)^8$$

$$[5^2x^8y^3]^{-2} = 5^{-4}x^{-16}y^{-6} = \frac{1}{5^4x^{16}y^6}$$

8. **POTENCIA DE UN PRODUCTO:** Para elevar un producto a una potencia, se eleva cada factor a dicha potencia (“se aplica el exponente a cada uno de los números que se están multiplicando”)

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$ $(4.x)^3 = 4^3.x^3$

También se puede aplicar al revés: Ejemplo: $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$

$$(2xyz)^3 = 2^3x^3y^3z^3 = 8x^3y^3z^3$$

9. **POTENCIA DE UN COCIENTE (“división”, “fracción”):** Para elevar un cociente a una potencia, se eleva cada término a dicha potencia (“se aplica el exponente al numerador y al denominador”)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^{n}}{b^{n}};\ b \neq 0 \quad \cancel{\frac{x}{0}}$$

Ejemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^{5} = \frac{2^{5}}{3^{5}}$

$$\left(\frac{x}{3y}\right)^{4} = \frac{x^{4}}{3^{4}y^{4}} \qquad \left(\frac{-3}{2}\right)^{3} = \frac{(-3)^{3}}{2^{3}} = \frac{-27}{8}$$

ACTIVIDAD 2: Observe algunos ejercicios resueltos, donde se aplican varias propiedades de la potenciación y luego desarrolle los ejercicios propuestos:

3. Usar las propiedades de las potencias para resolver $(3x^{3}y^{-4}z^{-3})^{-2} \cdot (3^{-2}x^{4}y^{-2}z^{-1})^{-1}$

Se distribuye el exponente de afuera y se multiplica con cada uno de los exponentes de las potencias : $3^{-2}x^{-6}y^{8}z^{6} \cdot 3^{2}x^{-4}y^{2}z^{1}$

Se suman los exponentes de las potencias de igual base: $3^{0}x^{-10}y^{10}z^{7} = \frac{y^{10}z^{7}}{\ }$

Los exponentes negativos se vuelven positivos, aplicando la propiedad 4.

No necesariamente este el orden para aplicar las propiedades, pues se pueden tomar otros caminos y llegar a la misma respuesta.

2. $\left(\left[\frac{2a^{-1}b^{-1}}{3a^{3}b^{3}}\right]^{-1}\right)^{2} \cdot (2a^{-4}b^{3}) =$

$$= \left[\frac{2a^{-1}b^{-1}}{3a^{3}b^{3}}\right]^{-2} \cdot (2a^{-4}b^{3}) = \frac{2^{-2}a^{2}b^{2}}{3^{-2}a^{-6}b^{-6}} \cdot (2a^{-4}b^{3})$$

$$= \frac{2^{-2}a^{8}b^{8}}{3^{-2}} \cdot (2a^{-4}b^{3}) = \frac{2^{-1}}{3^{-2}}a^{4}b^{11} = \frac{3^{2}}{2}a^{4}b^{11} = \frac{9}{2}a^{4}b^{11}$$

Ahora practique con los siguientes ejercicios:

a) Escribe la propiedad o definición que se utiliza en cada paso para simplificar la expresión:

$$\left(\frac{36a^{-2}b^{-4}}{9a^{-2}b^{-3}}\right)^{-2}$$

$$= \left(4a^{-2-(-2)}b^{-4-(-3)}\right)^{-2}$$ ________________________________

$= \left(4a^0b^{-1)}\right)^{-2}$ ______________________________________

$= \left(4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{b}\right)^{-2}$ ______________________________________

$= \left(\frac{4}{b}\right)^{-2}$ ______________________________________

$= \left(\frac{b}{4}\right)^{2}$ ______________________________________

$= \frac{b^2}{4^2}$ ______________________________________

$= \frac{b^2}{16}$ ______________________________________

b) Simplificar las siguientes expresiones aplicando propiedades de las potencias

- $(5b^2c^3)^4$
- $(2b^4c^2d^3)^2$
- $(-a^3b^2c^3)^{-4}$
- $3^{-2}a^{-1}$
- $\frac{3x^{-2}y^3}{3^2x^3y^5}$
- $\left(\frac{ab^2}{4y}\right)^3$
- $\left(\frac{-2ab^2}{4a^0b^4}\right)^{-2}$
- $\frac{4ab^3}{4^3a^{-1}b^{-2}}$
- $\left[\frac{2^{-3}x^3y^{-2}}{2^{-2}y^{-5}x^{-1}}\right]^{-1}$
- $\left(\frac{125a^{-2}b^{-4}}{5a^{-3}b^{-2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{25a^{-2}b^4}{5^3a^{-3}b^2}\right)^{-2}$
- $\left(\frac{32a^{-2}b^{-4}c}{2a^{-3}b^{-2}}\right)^{3} \cdot \left(\frac{8a^{-2}b^4}{2^3a^{-3}b^2}\right)^{-2}$

3.3. RADICACIÓN EN LOS NÚMEROS REALES: La raíz enésima (cualquier índice entero positivo) de un número real **a,** es un número real **b,** si y sólo si, la enésima potencia de **b** es **a**, es decir:

$\sqrt[n]{a} = b$ si y sólo si, $b^n = a$

con $a, b \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}^+$

Si n es par, se debe tener $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Al hallar las raíces nos podemos encontrar con un número racional o con un número irracional, es decir que no se le puede sacar la raíz exacta, lo mejor es dejarlo expresado como el radical irracional.

Ejemplo:

$\sqrt[7]{128} = 2$, porque $2^7 = 128$

$\sqrt{5}$ no existe un número racional que multiplicado por el mismo nos de 5, al querer hallarla con la calculadora nos dice que da 2,2360679775… que es un número irracional, por tanto se puede dejar $\sqrt{5}$ o trabajar con una aproximación de una, dos o tres cifras decimales (2,2 ó 2,24 o 2,236) entre más cifras decimales utilicemos, la respuesta es más acertada.

NÚMERO DE RAÍCES REALES QUE TIENE UN NÚMERO REAL:

El número de raíces reales que tiene un número real depende del signo del radicando y de si el índice es par o impar:

ÍNDICE	RADICANDO	NÚMERO DE RAÍCES REALES	EJEMPLOS
Impar	Cualquier número real	Una de igual signo que el radicando	$\sqrt[7]{128} = 2$,porque $2^7 = 128$ $\sqrt[5]{-3125} = -5$,porque $(-5)^5 = -3125$ $\sqrt[3]{0} = 0$,porque $0^3 = 0$
Par	Positivo	Dos raíces	$\sqrt[4]{2041} = \pm 7$, porque $7^4 = 2014$ o $(-7)^4 = 2014$
	Nulo	Una raíz nula	$\sqrt[8]{0} = 0$ porque $0^8 = 0$
	Negativo	No existen raíces reales	$\sqrt[4]{-16} = \notin \mathbb{R}$ porque no existe un número real que elevado a la 4 de -16

Determina la raíz indicada en cada inciso:

a) $\sqrt[4]{16}$ = 2, porque 2^4 = 16.

b) $\sqrt[5]{-1}$ = - 1; porque $(-1)^5$ = - 1.

c) $\sqrt[4]{-1}$ no tiene sentido, ya que no se puede calcular la raíces de índice par de números negativos en el conjunto de los números reales.

ACTIVIDAD 3: Teniendo en cuenta la tabla anterior escribe primero el número de raíces que tiene el número real y luego escribe la respuesta correcta, sigue el ejemplo:

$\sqrt{144} =$

a) $\sqrt[4]{16} =$
b) $\sqrt[3]{-27} =$
c) $-\sqrt{25} =$
d) $\sqrt[3]{27} =$
e) $\sqrt[3]{-64} =$
f) $\sqrt{30} =$
g) $-\sqrt[3]{-64} =$
h) $\sqrt{25} =$
i) $\sqrt[4]{-16} =$
j) $\sqrt[3]{20} =$

3.4. PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN: Se pueden resumir en el siguiente cuadro:

	Operación	Ejemplo
1.	Producto: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$	$\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{24}$
2.	Cociente: $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a/b}$	$\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{\frac{4}{6}}$
3.	Potencia: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$	$\left(\sqrt[5]{4}\right)^6 = \sqrt[5]{4^6}$
4.	Simplificar: $\left(\sqrt[n]{a^n}\right) = a$ Divido el índice y el exponente del radicando por el mismo número	$\left(\sqrt[3]{2^3}\right) = 2$ $\left(\sqrt[6]{2^3}\right) = \sqrt{2}$
5.	Raíz de raíz $\left(\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}}\right) = \sqrt[n\cdot p]{a}$	$\sqrt[4]{\sqrt[2]{3}} = \sqrt[8]{3}$
6.	Introducir: $\left(a\sqrt[n]{a^n}\right) = \sqrt[n]{a^n\cdot a} = \sqrt[n]{a^{n+1}}$	$\left(4\sqrt[3]{4}\right) = \sqrt[3]{4^3\cdot 4} = \sqrt[3]{4^4}$

TENGA EN CUENTA:

La raíz de una adición o sustracción no es la suma o resta de las raíces.

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

3.5. LAS RAÍCES COMO POTENCIAS :

En un tipo de levadura, el factor de crecimiento cada 20 minutos es 3. En el momento de iniciar el control hay 30 células de levadura. Si la ecuación que describe el crecimiento de la levadura es $y = 3^{\frac{t}{20}} \cdot 30$, ¿qué número de células existirán a los 30 minutos de comenzada la medición?

Para resolverlo debes sustituir en la ecuación la variable t por 30, por lo que en el factor resulta $3^{\frac{30}{20}} = 3^{\frac{3}{2}}$ que es una potencia de exponente racional y no entera como has trabajado en los temas anteriores.

¿Cómo calcular esta potencia?

Para calcular esta potencia debes estudiar las potencias de exponente racional.

Como la potenciación y la radicación son operaciones inversas, es posible escribir una raíz como potencia, teniendo en cuenta que:

El exponente de la cantidad subradical se escribe en el numerador y el índice de la raíz se escribe en el denominador

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

Ejemplo: Expresar en forma radical y simplificar:

a. $81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

b. $3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}$, sería la expresión para la situación de las células de la levadura, este valor se multiplica por 30 y da el resultado deseado.

ACTIVIDAD 4:

A) Relaciona la columna de la izquierda con la derecha teniendo en cuenta las observaciones realizadas en el punto 3.5 y las propiedades de la radicación del 3.4:

a) $\sqrt{13}$	1. $3w^{\frac{1}{3}} =$
b) $\sqrt[4]{3m}$	**2.** $(a^7b^{12})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{3}}b^{\frac{12}{3}} = a^2a^{\frac{1}{3}}b^4 = a^2b^4\sqrt[3]{a}$
c) $\sqrt[3]{a^7b^{12}}$	**3.** $(x+y)^{\frac{1}{2}}$
d) $\sqrt[4]{\frac{3}{5}m^8n^2}$	**4.** $13^{\frac{1}{2}}$
e) $3\sqrt[3]{w}$	**5.** $\left(\frac{1}{2}mn\right)^{\frac{1}{7}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{7}} m^{\frac{1}{7}}n^{\frac{1}{7}}$
f) $\sqrt[7]{\frac{1}{2}mn}$	**6.** $(a^2-b^2)^{\frac{6}{3}} = (a^2-b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$
g) $\sqrt{(x+y)}$	**7.** $(3m)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{4}}m^{\frac{1}{4}}$
h) $\sqrt[3]{(a^2-b^2)^6}$	**8.** $\left(\frac{3}{5}m^8n^2\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{4}} m^{\frac{8}{4}}n^{\frac{2}{4}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{4}} m^2n^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{\frac{3}{5}}m^2\sqrt{n}$

B) Explique con sus propias palabras el proceso que usted observa en el desarrollo de los literales c. , d. y h. Recuerde que debe tener en cuenta el numeral 3.4 (propiedades de la radicación), el 3.5 (raíces como potencias) y los productos notables trabajados en temas anteriores.

ACTIVIDAD 5: Observe los siguientes ejercicios resueltos, en donde se aplican las propiedades de la radicación y luego desarrolle los ejercicios propuestos:

a) $(9m^4n^6)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9m^4n^6}$ Se expresa como raiz.

$$9m^4n^6 = (3m^2n^3)^2$$ El subradical se escribe como producto de potencias con exponente 2

entonces, $\sqrt{9m^4n^6} = \cancel{\sqrt{}}(3m^2n^3)^{\cancel{2}}$ Si el exponente y el índice son iguales, entonces se simplifica y queda sólo la base

Por lo tanto, $(9m^4n^6)^{\frac{1}{2}} = 3m^2n^3$

b) Resolver aplicando las propiedades de la radicación: $\sqrt[4]{\sqrt{x^{16}y^8z^{10}}}$

$$\sqrt[4]{\sqrt{x^{16}y^8z^{10}}} = \sqrt[8]{x^{16}y^8z^{10}} = x^{\frac{16}{8}}y^{\frac{8}{8}}z^{\frac{10}{8}} = x^2y^1z^{\frac{5}{4}} = x^2yz\sqrt[4]{z}$$

PASOS: Por la propiedad 5, se multiplican los índices, 4x2=8, luego se expresan los exponentes
como fracción, se revisa cuáles se pueden simplificar, finalmente el exponente de la z, sigue siendo fracción, entonces se divide 5 entre 4, el cociente es 1 y el residuo es 1, entonces se expresa como raíz, el cociente indica que sale una z de la raíz, y el residuo 1, indica que queda una z, dentro de la raíz cuarta.

c) $$\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^2y^7}}}{\sqrt[6]{xy}} = \frac{\sqrt[6]{x^2y^7}}{\sqrt[6]{xy}} = \sqrt[6]{\frac{x^2y^7}{xy}} = \sqrt[6]{x^1y^6} = \sqrt[6]{x}\sqrt[6]{y^6} = y\sqrt[6]{x}$$

PASOS: Por la propiedad 5, se multiplican los índices en el numerador, 2x3=6, luego se aplica la propiedad 2, pero al revés, como la raíz es sexta, entonces todo se puede colocar en un solo radical, ahora por división de potencias de igual base (propiedad 9 de la potenciación, se escribe la misma base y se restan exponentes), se separan las raíces y se aplica la propiedad 4 con la y, así queda simplificado el ejercicio.

EJERCICIOS PROPUESTOS: Simplifique los siguientes ejercicios, aplicando las propiedades de la radicación y si lo requiere, las de la potenciación. No necesita indicar que propiedades está aplicando, en los ejercicios resueltos se hizo para facilitar su comprensión.

a. $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$

b. $\sqrt[3]{\dfrac{729}{r^6 s^9}}$

c. $\sqrt{\sqrt[3]{x^6 y^{12}}}$

d. $\sqrt{\sqrt{81n^{16}}}$

e. $\sqrt[3]{\dfrac{(-5)^3 x^6 y^9 z^{18}}{(-2)^3 w^9}}$

f. $\sqrt{\sqrt[5]{32m^{10}n^{15}}}$

g. $\sqrt[4]{16\cdot(x-2)^4}$

h. $\sqrt[7]{2.187x^{21}y^7}$

***Son tus decisiones y no tus condiciones lo que determina tu destino** (Will Smith)*

3.6. RADICALES EQUIVALENTES: Dos o más radicales son equivalentes si sus potencias correspondientes tienen la misma base y el mismo exponente. Ejemplo:

a. $\sqrt[3]{35^4}$ **y** $\sqrt[12]{35^{16}}$ son equivalentes porque al escribirlos en forma de potencias sus bases y exponentes son iguales:

$$\sqrt[3]{35^4} = 35^{\frac{4}{3}} \qquad y \qquad \sqrt[12]{35^{16}} = 35^{\frac{16}{12}} = 35^{\frac{4}{3}}$$

b. Para encontrar radicales equivalentes a $\sqrt[4]{5}$, se amplifica o simplifica el índice y el exponente del radicando por un mismo número mayor que 1, así:

- Si se amplifica por 6: $\sqrt[4]{5} = \sqrt[4x6]{5^{1x6}} = \sqrt[24]{5^6}$
- Si se simplifica por 2: $\sqrt[4]{5} = \sqrt[4\div 2]{5^{1\div 2}} = \sqrt{5^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\sqrt{5}}$

ACTIVIDAD 6: Halle dos radicales equivalente a cada radical:

a) $\sqrt[4]{5x}$

b) $\sqrt[5]{(7d)^{22}}$

c) $\sqrt[16]{\left(\dfrac{g}{2}\right)^4}$

3.7. REDUCCIÓN DE RADICALES A ÍNDICE COMÚN

Para reducir dos o más radicales al índice común se halla primero el mínimo común múltiplo (M.C.M) de los índices, este resultado es el índice común, luego se divide este valor entre el índice de cada radical y el cociente se multiplica por el exponente del subradical.

Ejemplo 1 Reducir a común índice.

$$\sqrt{x^5} \ ; \ \sqrt[4]{y^3} \ ; \ \sqrt[6]{z^7}$$

Resolución:

Hallamos el M.C.M. de los índices: 2; 4 y 6.

2	4	6	2
1	2	3	2
	1	3	3
		1	

M.C.M. (2 ; 4 ; 6) = 2×2×3 = $\boxed{12}$

Luego, $\boxed{12}$ se divide por el índice propio de cada radical y el cociente se multiplica por el exponente del subradical, o sea:

$$\sqrt{x^5} = \sqrt[12]{(x^5)^6} = \sqrt[12]{x^{30}}$$

$$\sqrt[4]{y^3} = \sqrt[\boxed{12}]{(y^3)^3} = \sqrt[12]{y^9}$$

$$\sqrt[6]{z^7} = \sqrt[\boxed{12}]{(z^7)^2} = \sqrt[12]{z^{14}}$$

Luego: $\sqrt[12]{x^{30}}$; $\sqrt[12]{y^9}$; $\sqrt[12]{z^{14}}$ son respectivamente, equivalentes a: $\sqrt{x^5}$; $\sqrt[4]{y^3}$; $\sqrt[6]{z^7}$

Ejemplo 2 Reducir a común índice:

$$\sqrt[4]{5x} \ ; \ \sqrt[5]{3y^3} \ ; \ \sqrt[10]{9az^2}$$

Resolución:

Hallamos el M.C.M. de los índices: 4 ;5 y 10.

4	5	10	2
2	5	5	2
1	5	5	5
	1	1	

M.C.M. (4 ; 5 ; 10) = 2×2×5 = $\boxed{20}$

Luego, $\boxed{20}$ se divide por el índice propio de cada radical y el cociente se multiplica por el exponente del subradical, o sea:

$$\sqrt[4]{5x} = \sqrt[\boxed{20}]{(5x)^5} = \sqrt[20]{3125x^5}$$

$$\sqrt[5]{3y^3} = \sqrt[\boxed{20}]{(3y^3)^4} = \sqrt[20]{81y^{12}}$$

$$\sqrt[10]{9az^2} = \sqrt[\boxed{20}]{(9az^2)^2} = \sqrt[20]{81a^2z^4}$$

Luego: $\sqrt[20]{3125x^5}$; $\sqrt[20]{81y^{12}}$; $\sqrt[20]{81a^2z^4}$; son respectivamente, equivalentes a: $\sqrt[4]{5x}$; $\sqrt[5]{3y^3}$; $\sqrt[10]{9az^2}$

ACTIVIDAD 7: Reduzca a índice común

a) $\sqrt{5a^3}$; $\sqrt[3]{2a^2}$; $\sqrt[4]{3a}$ = ...

b) $\sqrt[4]{2x^3y}$; $\sqrt{3xy}$; $\sqrt[6]{4xy^5}$ =

c) $\sqrt{5mp}$; $\sqrt[3]{2m^2p^2}$; $\sqrt{7mp}$ =

d) $\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{y}}$; $\sqrt[6]{\dfrac{2x^5}{y}}$; $\sqrt[8]{\dfrac{xy^5}{2}}$

“Si crees que puedes, lo más seguro es que así será. Si crees que no puedes, definitivamente así será. Tus creencias encienden o no tus motores para poder despegar”.
Denis Waitley.

3. TRANSFERENCIA: Para desarrollar los siguientes ejercicios debe tener en cuenta lo visto en esta unidad:

3.1. Relacione las expresiones equivalentes

a. $\dfrac{3^{-1}}{5^{-1}}$	1. 64
b. π^{-2}	2. $\dfrac{1}{\pi^2}$
c. $\dfrac{1}{8^{-2}}$	3. $\dfrac{5}{3}$

3.2. La edad de una micro bacteria J es de $\dfrac{1}{3^{-3}}$ días. ¿Cuál es la edad total de tres micro bacterias J? ¿Otra micro bacteria M vive la tercera parte de la vida de la micro bacteria J, ¿cuántos días vive la microbacteria M?

3.3. En tecnología informática, un kilobyte tiene el tamaño de 2 10 bytes. Un gigabyte es 2 30 bytes en tamaño. El tamaño de un terabyte es el producto del tamaño de un kilobyte por un gigabyte. ¿Cuál es el tamaño de un terabyte?

3.4. Una cartilla de texto se ha diseñado de ocho páginas. En cada página hay ocho párrafos; en cada párrafo, ocho renglones, y en cada renglón, ocho palabras. ¿Cuál es la potencia que expresa la cantidad de palabras que conforman el texto?¿Cuántas palabras contiene la cartilla?

3.5. Aplique propiedades y simplifiquen

a. $\dfrac{(e^2)^3 \cdot e^{-4}}{e^5 e^0}$ b. $\left(\dfrac{4a^2b}{a^3b^2}\right)\left(\dfrac{5a^2b}{2b^4}\right)$ c. $\left(\dfrac{(ab^2)^{-1}}{(ba^2)^{-2}}\right)^{-1}$ d. $\left(\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\right)^{-1}+\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{4}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}$

e. $\left(\dfrac{m^4n^3}{m^2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\dfrac{m^{-2}n^3}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ **f)** $\dfrac{20w^6y^3}{15wy^{-2}}$ **g)** $\dfrac{81m^5m^{-2}n^2}{9m^{-4}n^{-3}}$

3.6. Simplifique cada expresión:

a) $\sqrt[5]{-32} + (-1)^{\frac{2}{3}}$ **b)** $\dfrac{-4^{\frac{1}{2}} - \sqrt[5]{-243}}{\sqrt{121}}$ **c.** $\dfrac{\sqrt{112ab^3}}{\sqrt{7ab}}$

d, $\dfrac{\sqrt[18]{m^7 n^9}}{\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{mn}}}}$ e, $\sqrt{125} - \sqrt{180} + \sqrt{245}$

f, $7a \cdot \sqrt[3]{54x^6} + 2a \cdot \sqrt[3]{16x^6} - a \cdot \sqrt[3]{128x^6}$

3.7. Resuelva:

a) Un terreno cuadrado tiene una superficie de 324 m^2 ¿Cuánto costará cercarlo si el metro de valla cuesta 38.000 pesos?

b) Un propietario tiene un terreno cuyas dimensiones son 32 m de largo por 8 m de ancho, y quiere permutarlo por un terreno cuadrado de la misma superficie. ¿Cuál debe de ser el lado del terreno cuadrado?

c) Se quieren distribuir los 529 alumnos de una escuela formando un cuadrado. ¿Cuántos alumnos habrá en cada lado del cuadrado?

d) Un depósito en forma cúbica tiene una capacidad de 1,728 m^3. Si el agua contenida en el depósito ocupa un volumen de 1,296 m^3, ¿qué altura alcanza el agua en el depósito?

4. VALORACIÓN: La guía será revisada y deberá ser sustentada, adicionalmente el estudiante debe autoevaluarse, para ello tendrá en cuenta los siguientes criterios: Desarrollo de manera organizada en su cuaderno, realizando los procedimientos completos, no hay tachones, los ejercicios están organizados numéricamente, considera que los desarrollo correctamente, aprovechó al máximo el tiempo.

NOTA: Si tienes oportunidad de buscar en internet tutoriales, vídeos, páginas, etc, que refuercen los conocimientos puedes hacerlo. Abajo encontrarás varias páginas en las que nos hemos apoyado.

5. BIBLIOGRAFÍA

Texto guía Vamos a aprender grado 9.
https://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/exponentes-fraccionarios.html
https://www.matesfacil.com/tests/raices/nivel1/test-examen-online-concepto-raiz-cuadrada-raices.html
http://matematica.cubaeduca.cu/media/matematica.cubaeduca.cu/medias/interactividades/temas_10mo/04_Potencias_y_ra%C3%ADces/co/Potencias_y_races_04_13.html
https://matematicasn.blogspot.com/2015/12/reduccion-de-radicales-al-comun-indice.html
https://www.profesorenlinea.cl/matematica/Raiz_Suma_y_resta.html
https://matematicasn.blogspot.com/2015/12/operaciones-con-radicales-ejercicios.html
https://www.youtube.com/watch?v=3N1Y08-p-O4
https://brainly.lat/tarea/3612089
https://guiasmatematicas2013.jimdofree.com/%C3%A1lgebra-grado-noveno/
file:///C:/Users/HAPPYF~1/AppData/Local/Temp/Rar$EXa3988.982/M_G09_U01_L02/viewer.html
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_9/M/SM/SM_M_G09_U01_L02.pdf